

## แฟกทอเรียล (Factorial)

**นิยาม** เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล  $n$  หมายถึงผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง  $n$  เขียนแทนด้วย  $n!$

จากนิยาม  $n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$  หรือ  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-2)(n-1)n$

เช่น  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$  หรือ  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$$(n+3)! = (n+3)(n+2)(n+1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$(n-r)! = (n-r)(n-r-1)(n-r-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

แล้ว  $0!$  จะมีค่าเท่าไร

การหาค่า  $0!$  หาได้จาก  $n! = n(n-1)!$

ถ้าแทนค่า  $n = 1$  จะได้  $1! = 1(1-1)!$

$$1 = 1 \cdot 0!$$

$$\text{ก็จะได้ว่า } 0! = 1$$

**ตัวอย่างที่ 1.** จงหาค่าของ  $3! + 6! - 0!$

**วิธีทำ**  $3! + 6! - 0! = 3 \cdot 2 \cdot 1 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 1$

$$= 6 + 720 - 1$$

$$= 725 \quad \text{ตอบ}$$

**ตัวอย่างที่ 2.** จงหาค่าของ  $\frac{13!}{10!4!}$

**วิธีทำ**  $\frac{13!}{10!4!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{10!4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

$$= \frac{13 \cdot 11}{2}$$

$$= \frac{143}{2}$$

$$= 71.5 \quad \text{ตอบ}$$

**ตัวอย่างที่ 3.** จงหาค่าของ  $\frac{n!}{(n-4)!}$  เมื่อ  $n = 7$

**วิธีที่ 1** ใช้วิธีกระจายค่าแฟกทอเรียลและตัดทอน แล้วค่อยแทนค่า  $n = 7$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!}$$

$$= n(n-1)(n-2)(n-3) = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$$

**ตอบ**

วิธีที่ 2 ใช้วิธีการแทนค่า  $n = 7$  ก่อนกระจายค่าแฟกทอเรียล

$$\frac{n!}{(n-4)!} = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840 \text{ ตอบ}$$

การหาค่า  $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

ตัวอย่างที่ 4. จงหาค่าของ  $\binom{12}{4}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \binom{12}{4} &= \frac{12!}{4!8!} \\ &= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 8!} \\ &= 11 \cdot 5 \cdot 9 \\ &= 495 \text{ ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 5. จงหาพจน์ที่ 4 ของการกระจาย  $(x+2y)^7$

วิธีทำ พจน์ที่ 4 ของการกระจาย  $(a+b)^7 = \binom{7}{3} a^4 b^3$

พจน์ที่ 4 ของการกระจาย  $(x+2y)^7 = \binom{7}{3} (x)^4 (2y)^3$

$$\begin{aligned} &= \frac{7!}{4!3!} x^4 2^3 y^3 \\ &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} x^4 y^3 \\ &= 7 \cdot 5 \cdot 8 x^4 y^3 \\ &= 280 x^4 y^3 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 6 จงกระจาย  $(3x + 2y)^4$  โดยใช้สามเหลี่ยมปาสกาล

วิธีทำ \*\*\* เพราะกำลังที่โจทย์ให้หาเป็น 4 สามเหลี่ยมปาสกาลต้องทำให้ได้ 5 (จะนับแถวหรือ ตัวก็ได้เพราะเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า)

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & & 1 & & 1 & & \\
 & & & 1 & 2 & & 1 & & \\
 & & 1 & 3 & 3 & & 1 & & \\
 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & & 
 \end{array}$$

\*\*\* พอได้ ตัวเลขจากสามเหลี่ยมปาสกาลมา 5 ตัวเราก็ใช้เป็น สัมประสิทธิ์(ส.ป.ส.)ของการกระจาย และทำเป็นสูตรการกระจาย โดยใช้ a กับ b เลียนแบบโจทย์

ส.ป.ส. ของ  $(a + b)^4$  คือ 1 4 6 4 1

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1b^4$$

$$\therefore (3x - 2y)^4 = 1(3x)^4 + 4(3x)^3(-2y)^1 + 6(3x)^2(-2y)^2 + 4(3x)^1(-2y)^3 + 1(-2y)^4$$

$$= 3^4x^4 - 4 \cdot 3^3x^3 \cdot 2y + 6 \cdot 3^2x^2 \cdot 2^2y^2 - 4 \cdot 3x \cdot 2^3y^3 + 2^4y^4$$

$$= 81x^4 - 216x^3y + 216x^2y^2 - 96xy^3 + 16y^4$$

ตอบ