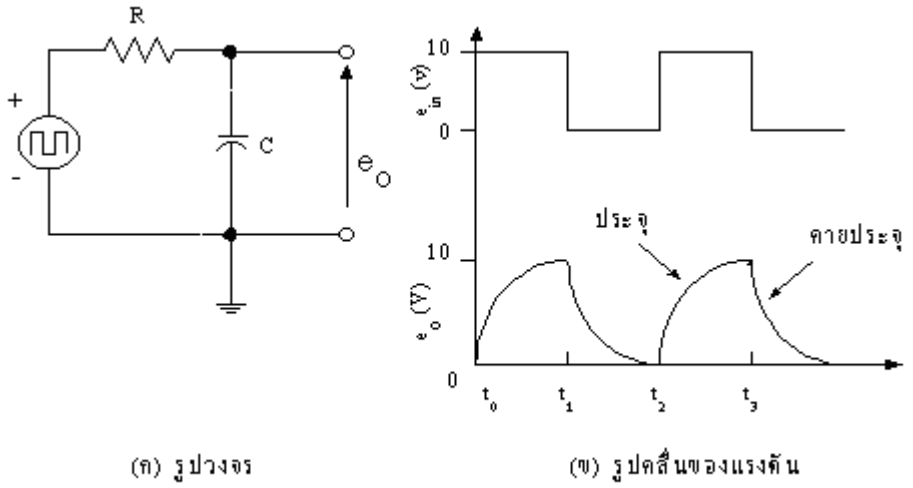
บทที่ 2
วงจรอินทิเกรเตอร์

2.1 วงจรอนุกรม อาร์-ซี

2.1.1 คุณสมบัติของวงจรอนุกรม อาร์-ซี

เมื่อสัญญาณคลื่นที่ไม่ใช่รูปไซน์ ถูกป้อนผ่านเข้าไปในวงจรประเภทเชิงเส้น (linear network) แล้วผลที่ได้ทางเอาต์พุตจะมีลักษณะแตกต่างจากสัญญาณเดิมวงจรไฟฟ้าดังกล่าวนี้มักถูกเรียกว่า “วงจรแต่งรูปคลื่นเชิงเส้น” (linear waveshaping circuit) ซึ่งอาจจัดแบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ๆได้ 3 ประเภทคือ วงจร อาร์-ซี (R-C circuit) , วงจรอาร์-แอล (R-L circuit) , วงจร อาร์-แอล-ซี (R-L-C circuit) วงจรอาร์-ซี นับว่าเป็นวงจรแต่งรูปคลื่นที่ง่ายที่สุด โดยเฉพาะรูปคลื่นของแรงดันไฟฟ้าและอาจจัดวงจรได้เป็นสองลักษณะคือ อาร์-ซี อินทิเกรเตอร์ (R-C integrator) และอาร์-ซี ดิฟเฟอร์เรนทิเอเตอร์ (R-C differentiator) และบทนี้จะได้กล่าวถึงวงจรอาร์-ซี อินทิเกรเตอร์ อย่างละเอียด

2.1.2 การทำงานของวงจรอนุกรมอาร์-ซี



รูปที่ 2.1 แสดงวงจรและลักษณะของรูปคลื่นที่ได้จากวงจรอาร์-ซี อินทิเกรเตอร์

2.2 วงจร อาร์-ซี อินทิเกรทเตอร์

2.2.1 นิยามของวงจร อาร์-ซี อินทิเกรเตอร์

วงจร อาร์-ซี อินทิเกรเตอร์ เป็นวงจรที่ประกอบด้วยตัวต้านทาน (R) และตัวเก็บประจุ (C) ต่ออนุกรมอยู่กับแหล่งจ่ายแรงดัน ดังแสดงในรูป 2.1(ก)โดยแรงดันที่ถูกส่งออกเอาต์พุตคือแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ (e_0) เป็นสัญญาณเอาต์พุตและมีลักษณะดังในรูปที่ 2.1(ข)

หรือเมื่อพิจารณาดูแล้วว่าวงจร อาร์-ซี อินทิเกรเตอร์ ดูจากรูปวงจรแล้วจะคล้ายกับวงจร กรองความถี่ต่ำผ่านแบบ อาร์-ซี (R-C low pass filter)นั่นเอง และเมื่อนำมาพิจารณาประกอบการทำงานในวงจรรูป 2.1 (ก)และ(ข)

อาจกล่าวได้ว่าเนื่องจากพัลส์รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากก็คือสัญญาณรูปไซน์ที่มีความถี่อ็อดฮาร์โมนิคหลายๆคลื่นมารวมกันและเมื่อมาเจอกับวงจรกรองสัญญาณแบบ อาร์-ซี ซึ่งยอมให้สัญญาณความถี่ต่ำผ่านไปได้แต่จะดักหรือกรองสัญญาณความถี่สูงไว้ ดังนั้นส่วนที่เป็นความถี่ฮาร์โมนิคสูงๆก็จะถูกลัดวงจรให้ลงกราวน์ เนื่องจากค่ารีแอคแตนซ์ (X_C) ของตัวเก็บประจุจะมีค่าน้อยลงเมื่อความถี่สูงขึ้น ดังนั้นสัญญาณที่เอาต์พุตจึงมีลักษณะไม่ใช่คลื่นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เนื่องจากความถี่ฮาร์โมนิคถูกแยกออกไป ดังนั้นลักษณะแรงดันซึ่งปรากฏที่เอาต์พุตจะเป็นกราฟรูปเอ็กโพเนนเชี่ยลดังรูปที่ 2.1 (ข)

การแสดงรูปเปรียบเทียบระหว่างคลื่นอินพุตและเอาต์พุตจะต้องทำโดยเขียนลักษณะคลื่นที่จะเปรียบเทียบอยู่บนแกนนอนของเวลาแกนเดียวกันโดยเรียงไว้ในแนวตั้งการเปรียบเทียบค่าแรงดันระหว่างอินพุตและ เอาต์พุตก็จะทำได้โดยการพิจารณาที่ตำแหน่งเวลาใดๆที่จุดเดียวกัน

2.2.2 การทำงานของวงจร

พิจารณาถึงการทำงานของวงจรดังรูปที่ 2.1 (ก) ที่เวลา t_O สัญญาณแรงดันอินพุตที่มีขนาด 10 V จะถูกป้อนเข้ามาที่เวลา t_O ถึง t_1 จึงคล้ายกับว่าวงจร อาร์-ซี ต่ออนุกรมกับแหล่งจ่ายแรงดัน 10 V และทันทีที่แรงดันถูกป้อนเข้ามา แรงดันทั้งหมดจะปรากฏตกคร่อมตัวต้านทาน R ที่เป็นเช่นนี้ก็เนื่องจากในช่วงเวลาเป็นศูนย์ตัวเก็บประจุยังไม่เริ่มเก็บประจุ (Charge) ไฟฟ้า ดังนั้นจึงไม่มีแรงดันใดๆตกคร่อมตัวประจุ กระทั่งเวลาผ่านไปจึงมีการสะสมประจุอิเล็กตรอนที่ด้านใดด้านหนึ่งของตัวเก็บประจุ C จึงทำให้เกิดมีแรงดันตกคร่อม C

แต่จากกฎของเคอร์ชอฟข้อที่ 2 กล่าวไว้ว่า “ผลรวมของแรงดันที่ตกคร่อมอยู่ในวงจรปิดทั้งหมดจะมีค่าเท่ากับผลรวมของแหล่งจ่ายแรงดันในวงจรนั้น” ดังนั้นผลรวมของแรงดันที่ตกคร่อมตัวความต้านทานและตัวเก็บประจุ จะต้องมีค่าเท่ากับแหล่งจ่ายแรงดัน+10V เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นที่ t_O จนถึง t_1 อิเลคตรอนจะเคลื่อนที่ผ่าน วงจรและทำการสะสมประจุมีค่ามากพอ เราก็จะได้ลักษณะคลื่นของแรงดันที่เอาต์พุต(e_O) ดังแสดงในรูปที่ 2.1 (ข)

กล่าวคือที่เวลา t_1 พัลส์จะไม่ปรากฏ วงจรในขณะนี้จึงไม่มีแหล่งจ่ายแรงดันถูกลัดวงจร ดังนั้นตัวเก็บประจุซึ่งขณะนี้มีแรงดันตกคร่อมอยู่ 10 โวลต์ จะทำหน้าที่เป็นแหล่งจ่ายแรงดันในวงจรแล้วเริ่มปล่อยประจุ (discharge) ออกมาทำให้เกิดกระแสอิเล็กตรอนไหลผ่านตัวต้านทาน เมื่อประจุถูกปล่อยออกมา แรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุจะค่อยๆลดลง และถ้าหากเวลาในการปล่อยประจุมีมาก พอประจุจะถูกปล่อยออกมาจนหมด แรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุจะมีค่าเป็นศูนย์และไม่มีกระแสไหลในวงจร สมการซึ่งแสดงค่าแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ ในขณะมีการสะสมประจุของตัวเก็บประจุแสดงได้โดย

$$e_C = E \bullet \varepsilon^{-t/RC} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.1)$$

ซึ่งสมการนี้เรียกว่า “ สมการสะสมประจุ” (charge equation)

โดยที่ e_C = ค่าแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุที่เวลา t ใดๆมีหน่วยเป็นโวลต์ (V)

E = ค่าแรงดันที่ป้อนให้วงจร มีหน่วยเป็นโวลต์ (V)

ε,e = ค่าเอ็กโพเนนเชี่ยล ซึ่งเป็นค่าคงที่เท่ากับ 2.718

t = เวลาที่ตัวเก็บประจุใช้ในการสะสมประจุ มีหน่วยเป็นวินาที (s)

R = ค่าความต้านทานของตัวต้านทานในวงจร ซึ่งจะเกิดกระแสไหลผ่านไปประจุแรงดันที่ตัวเก็บประจุ มีหน่วยเป็นโอห์ม (Ω)

C = ค่าความจุของตัวเก็บประจุในวงจร มีหน่วยเป็นฟารัด (F)

และสมการซึ่งแสดงค่าของแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุในขณะที่มีการคาย (discharge) ประจุจากตัวเก็บประจุแสดงได้โดย

$$e_C = E(1-\varepsilon^{-t/RC}) \qquad \text{.....(2.2)}$$

ซึ่งสมการนี้ถูกเรียกว่า “สมการคายประจุ” (discharge equation)

โดยที่ e_C = ค่าแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุที่เวลา t ใดๆมีหน่วยเป็นโวลต์ (V)

E = ค่าแรงดันที่ป้อนให้วงจร มีหน่วยเป็นโวลต์ (V)

ε,e = ค่าเอ็กโพเนนเชี่ยล ซึ่งเป็นค่าคงที่เท่ากับ 2.718

t = เวลาที่ตัวเก็บประจุใช้ในการคายสะสมประจุ มีหน่วยเป็นวินาที (s)

R = ค่าความต้านทานของตัวต้านทานในวงจร ซึ่งจะเกิดกระแสไหลผ่านไปประจุแรงดันที่ตัวเก็บประจุคายประจุ มีหน่วยเป็นโอห์ม (Ω)

C = ค่าความจุของตัวเก็บประจุในวงจร มีหน่วยเป็นฟารัด (F)

“ สมการสะสมประจุ” ของตัวเก็บประจุตามสมการ (2.1) ชี้ให้เห็นว่าการสะสมประจุของตัเก็บประจุจะสามารถสะสมประจุได้มากที่สุด โดยที่ค่าแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจะมีค่าไม่เกินขนาดสูงสุดของแรงดันที่ป้อน ทั้งนี้ไม่ว่าเวลาในการสะสมประจุจะนานเท่าใดก็ตามซึ่งในทางทฤษฎีแล้วค่าในสมการไม่มีทางเป็นค่าอนันต์ได้ ในทางปฏิบัติเมื่อตัวเก็บประจุสามารถสะสมประจุกระทั่งแรงดันตกคร่อมมีค่าเป็น 99% ของแรงดันที่ป้อน แล้วเราถือว่าตัวเก็บประจุได้ถูกสะสมประจุจนเต็มที่แล้วนอกจากนี้ “ สมการคายประจุ ” ดังสมการ (2.2) ก็แสดงให้

เห็นได้เช่นเดียวกันว่าตัวเก็บประจุไม่สามารถที่จะคายประจุออกมาได้จนหมดอย่างสมบรูณ์ และในทางปฏิบัติเราก็พิจารณาว่าการคายประจุจะถือได้ว่าสมบรูณ์เมื่อตัวเก็บประจุคายประจุออกมาปริมาณ 99 % ของประจุเดิมที่มีอยู่

2.2.3 เวลาคงที่ (Time constant)

ผลคูณของค่า อาร์-ซี ทั้งในสมการสะสมประจุและสมการคายประจุถูกเรียกว่า " เวลาคงที่" เรียกว่า "เทาร์" (Tau)

โดยใช้สัญลักษณ์แทนด้วย τ มีหน่วยเป็นของเวลาคือวินาที และสาเหตุที่ τ มีหน่วยเป็นวินาทีอาจแสดงให้เห็นได้ดังนี้คือ

$\tau = R.C$ และ $Q = C.E$ ดังนั้น $C = Q/E$

จะได้ $\tau = R.Q/E$ เมื่อ $I = Q/t$ (Ampere) ซึ่งเป็นกระแส

จะได้ $Q = I.t$ แทนใน สมการ $\tau = R.Q/E$

จะได้ว่า $\tau = R.I.t/E$ จากกฎของโอห์ม $E = R.I$

ดังนั้น $\tau = E.t/E$

$\tau = t$

นั่นคือ τ จะมีหน่วยเป็นของเวลาซึ่งนิยมใช้ค่าวินาที (sec)

จากสมการที่ (2.1) เมื่อค่า t มีค่าเท่ากับ τ ตัวเก็บประจุจะทำหน้าที่สะสมประจุได้ 63.1% ของแรงดันที่ป้อนหรืออาจเขียนแสดงให้เห็นได้ดังนี้

จากสมการ (2.1) $e_C = E(1 - \varepsilon^{-t/RC})$

แต่ $\tau = RC$

ดังนั้น $e_C = E(1 - \varepsilon^{-t/\tau})$

ถ้าหาก $t = \tau$

ดังนั้น $e_C = E - E/\varepsilon^{+1} = E - E/2.718$

$= E - 0.369E$

$= 0.631\ E$

และถ้าคิดเป็นเปอร์เซ็นต์จะได้ 63.1 % ของ E ซึ่ง E คือขนาดของแรงดันที่ป้อน จากสมการที่ (2.2) เมื่อค่า t มีค่าเท่ากับ τ ตัวเก็บประจุจะทำหน้าที่คายประจุออกกระทั่งค่าแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่าลดลงเหลือ 36.9 % ของแรงดันเดิมที่เคยมีอยู่หรืออาจเขียนแสดงให้เห็นได้ดังนี้

จากสมการ (2.2) $e_C = E \bullet \varepsilon^{-t/RC}$ แต่ $\tau = RC$

ดังนั้น $e_C = E \bullet \varepsilon^{-t/RC}$ ถ้า $t = \tau$

ดังนั้น $e_C = E/\varepsilon^{+1} = E/2.178 = 0.369E$

และถ้าแสดงในรูปของเปอร์เซ็นต์จะได้ $e_C = 36.9\%$ ของE ซึ่ง E คือขนาดของแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุก่อนที่จะมีการคายประจุ และดังที่เคยกล่าวมาแล้วว่าการสะสมประจุของตัวเก็บประจุไม่สามารถกระทำได้อย่างสมบูรณ์แต่เรามีข้อกำหนดว่าเมื่อตัวเก็บประจุสามารถสะสมประจุได้ 99 เปอร์เซ็นต์ของแรงงดันที่ป้อน ก็อาจถือได้ว่าเป็นการสะสมประจุที่สมบูรณ์ ข้อกำหนดดังกล่าวนี้ ได้มาจากการพิจารณาว่าค่าเวลา t ของเวลาการสะสมประจุมีค่ามากราว 5 เท่าของ “เวลาคงที่” τ ถือว่าสมบูรณ์เมื่อเวลาผ่านไป $t = 5\tau$ วินาที หรืออาจเขียนแสดงให้นั่นคือการสะสมประจุจะเห็นได้ดังนี้ คือ

เมื่อ $t = 5\tau$

ดังนั้นจาก $e_c = E(1 - \varepsilon^{\frac{-t}{\tau}})$

$= E(1 - \varepsilon^{\frac{-t}{\tau}})$

หรือ $e_C = E - \frac{E}{(2.718)^5} = E - \frac{E}{148}$

$= 0.9932E$

หรือแสดงเป็นเปอร์เซ็นต์ได้ว่า

$e_C = 99.32\%$ ของ E เมื่อ $t = 5\tau$

นอกจากนี้แล้ว วงจร อาร์-ซี นี้ยังสามารถแบ่งตามลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างช่วงเวลา ของพัลส์และช่วงเวลาคงที่ ได้ดังนี้คือ

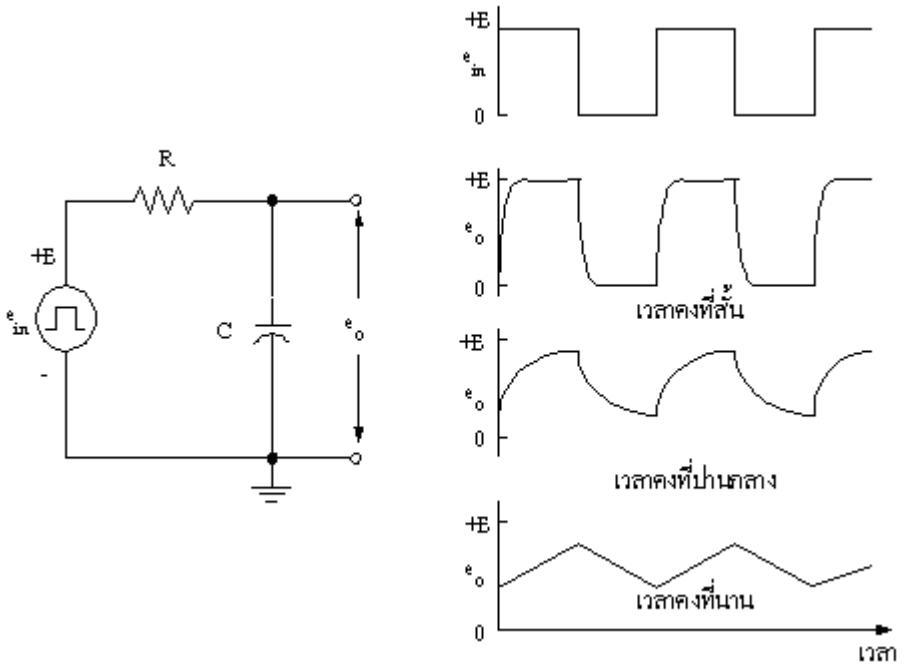
1. วงจรที่มีค่าเวลาคงที่น้อย ได้แก่วงจรที่มีค่าช่วงเวลาของพัลส์มากเท่ากับหรือมากกว่า 10 เท่าของค่าเวลาคงที่
2. วงจรที่มีค่าเวลาคงที่ปานกลาง ได้แก่วงจรที่ค่าช่วงเวลาของพัลส์มีค่าในช่วง 1 ถึง 10 เท่าของค่าเวลาคงที่
3. วงจรที่มีค่าเวลาคงที่มาก ได้แก่วงจรที่มีค่าเวลาช่วงเวลาของพัลส์น้อยมากและไม่เกิน $\frac{1}{10}$ เท่าของค่าเวลาคงที่

ลักษณะของคลื่นแรงดันที่ได้จากเอาต์พุตของวงจรทั้ง 3 แบบนี้เขียนให้เห็นและเปรียบเทียบได้ดังในรูปที่ 2.2

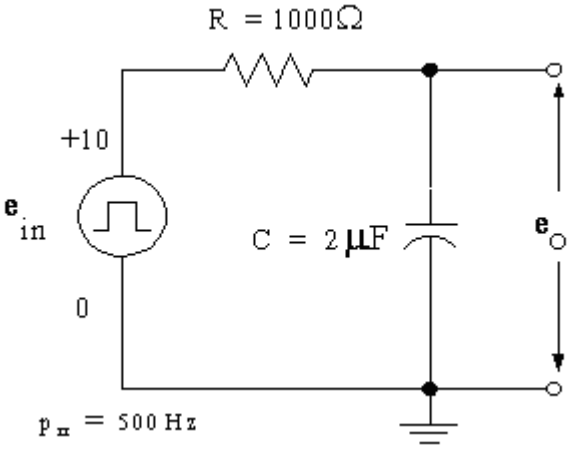
2.3 ลักษณะรูปคลื่นเอาต์พุตของวงจร อาร์-ซี อินทิเกรเตอร์

2.3.1 การวิเคราะห์วงจร อาร์-ซี อินทิเกรเตอร์

โดยการพิจารณารูปที่ 2.3 ซึ่งเป็นวงจรอาร์ซีอินทิเกรเตอร์ที่มีค่าเวลาคงที่ปานกลาง ถ้าหากสัญญาณแรงดันที่เอาต์พุตเป็นพัลส์รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากดังในรูปแล้ว ให้หาลักษณะของแรงดันและขนาดของคลื่นจากเอาต์พุตของวงจรที่ปรากฏบนจอภาพของออสซิลโลสโคป



รูปที่ 2.2 แสดงวงจร อาร์-ซี อินทิเกรเตอร์แบบต่างๆ และลักษณะของคลื่นแรงดันที่ปรากฏที่เอาต์พุตของวงจร



รูปที่ 2.3 แสดงวงจรอาร์ซีอินทิเกรเตอร์

กำหนดให้

แรงดันอินพุต $E = 10Vpeak,500Hz$ (เป็นคลื่นรูปจัตุรัส)

$R = 1000\Omega$

$C = 2\mu F$

ดังนั้น $p_{rt} = 1/p_{rr} = 1/500 = 2$ msec

$t_P = p_{rt}/2 = 2X10^{-3}/2 = 1$ msec

$\tau = RC = 100 \text{ X } 2X\ 10^{-6} = 2$ msec

จากค่าต่างๆ ที่ได้นี้ทำให้เขียนลักษณะของคลื่นแรงดันอินพุตได้ดังแสดงในรูปที่ 2.4 และจากสมการ ประจุ

$$e_C = E(1 - \varepsilon^{-t/RC})$$

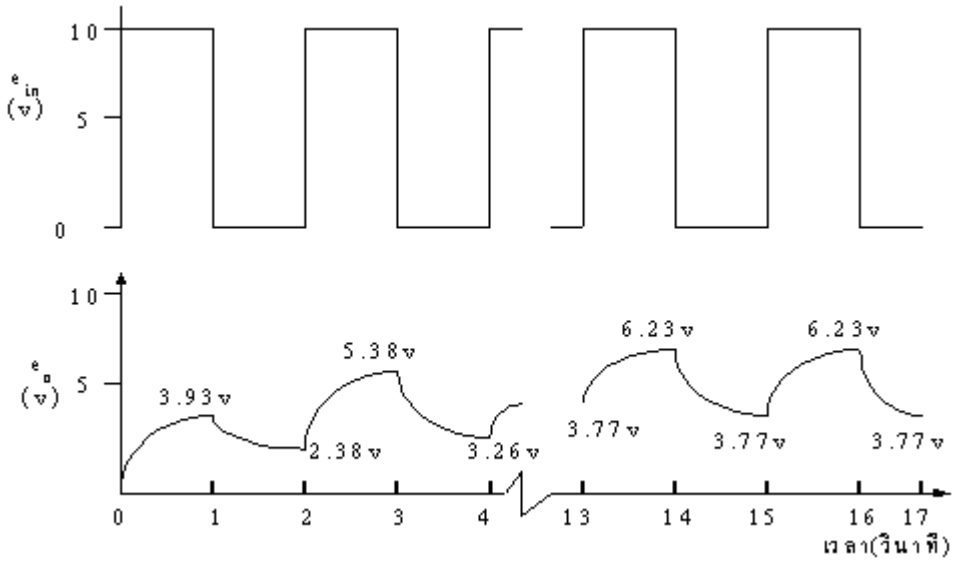
เมื่อแทนค่า $t = 1$ msec

$$e_C = 10 - 10\ \varepsilon^{+1 \text{ X } 10 /2 \text{ X } 10}$$

$$= 10 - 10\ (2.718)^{+0.5}$$

$= 3.93$ โวลต์

นั่นคือเมื่อเวลาผ่านไป 1 msec ตัวเก็บประจุมีแรงดันตกคร่อมเป็น 3.93 โวลต์



รูปที่ 2.4 แสดงลักษณะของคลื่นแรงดันที่อินพุตและเอาต์พุตของวงจรในรูปที่ 2.3

หลังจากเวลาผ่านไป 1 msec แล้วแรงดันของคลื่นอินพุตจะเปลี่ยนแปลงไปโดยในช่วงเวลาจาก 1~2 msec แรงดันอินพุตจะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นในช่วงเวลานี้ตัวเก็บประจุจะเริ่มคายประจุออกมาคล้ายกับตัวเก็บประจุเป็นแหล่งจ่ายแรงดันมีค่า + 3.93 โวลต์ เมื่อคายประจุออกมาแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุก็จะค่อยๆลดลง ช่วงเวลาที่ใช้ในการคายประจุก็คือช่วง 1~2 msec ซึ่งเท่ากับ 1 msec ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไป 2 msec แรงดันที่เอาต์พุตจะมีค่าดังนี้

จากสมการคายประจุ $e_C = E \bullet \varepsilon^{-t/RC}$ (2.3)

เมื่อแทน $t = 1$ msec

และ $E = +3.93$ โวลต์

$$e_C = 3.93\,(2.718)^{1 \times 10/2 \times 10}$$

$$= 3.93\,(2.718)^{+0.5}$$

$$= 2.38 \text{ โวลต์}$$

นั่นคือที่เวลา 2 msec (แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ) จะมีค่า 2.38 โวลต์ หลังจากเวลาผ่านไป 2 msec แล้วแรงดันอินพุตจะเริ่มมีค่า E = 10 โวลต์ อีกครั้งหนึ่ง ดังนั้นตัวเก็บประจุจะเริ่มสะสมประจุอีกครั้งหนึ่งโดยใช้เวลาในการสะสมประจุอีก 1 msec แต่ขณะนี้ตัวเก็บประจุมีแรงดันตกคร่อมอยู่แล้ว +2.38 โวลต์ ดังนั้นแรงดันที่ถูกป้อนให้แก่ตัวเก็บประจุจริงๆในขณะนี้ก็คือ 10 - 2.38 โวลต์ เท่ากับ 7.62 โวลต์ และดังนั้นสมการประจุที่นำมาใช้ จะต้องเขียนใหม่เป็น

$$e_C = E - (E \pm E_O)\,\varepsilon^{-t/RC} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.4)$$

โดยที่ E_O คือแรงดันที่ตัวเก็บประจุมีอยู่ก่อนแล้ว (V) สมการที่ 2.4 เป็นสมการสะสมประจุซึ่งตัวเก็บประจุมีแรงดันตกคร่อมอยู่ล่วงหน้าแล้ว E_O โวลต์ และ เมื่อแทนค่า t = 1 msec คือเป็นการสะสมประจุของตัวเก็บประจุในช่วงเวลาจาก 2 msec ถึง 3 msec ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไป 3 msec แรงดันที่เอาต์พุตหาได้ดังนี้

$$e_C = E - (E \pm E_O)\,\varepsilon^{-t/RC}$$

$$= 10 - (10 - 2.388)\,\varepsilon^{-10/2 \times 10}$$

$$= 10 - 7.62 / (2.718)^{+0.5} = 7.62 / 1.65$$

$$= 10 - 4.62 = +5.38 \text{ โวลต์}$$

และโดยพิจารณาทำนองเดียวกันนี้เรื่อยๆไป จะได้ค่าแรงดันที่เอาต์พุตหรือก็คือค่าของแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุที่เวลาผ่านไปแต่ละ msec สรุปเป็นตารางได้ ดังนี้

เวลา t (msec)	แรงดันเอาต์พุต e_o (V)
0	0
1	3.93
2.	2.38
3	5.38
4	3.26
5	5.92
6	3.59
7	6.11
8	3.71
9	6.19
10	3.75
11	6.21
12	3.76
13	6.22
14	3.77
15	6.23
16	3.77
17	6.23

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าแรงดันเอาต์พุตตกคร่อมตัวเก็บประจุเมื่อเทียบกับเวลา

ค่าตามตารางเหล่านี้แสดงถึงค่าแต่ละจุดกราฟของแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ จะเห็นว่ารูปคลื่นของแรงดันเอาต์พุต จะมีรูปคลื่นที่ซ้ำๆกันตลอดไปตั้งแต่ที่ค่าเวลา 14 msec ไปจนถึงค่าเวลาอนันต์ ดังนั้นถ้าเรามีเครื่องออสซิสโลสโคปอันหนึ่งมาต่อกับขั้วเอาต์พุตของวงจรอาร์ซีอินทิเกรเตอร์ตามที่แสดงในรูปที่ 2.3 แล้วบนจอภาพจะแสดงค่าแรงดันเอาต์พุต มีขนาดระหว่างจุดยอดบนสุดถึงจุดล่างสุด e_C = 2.45 โวลต์ ดังแสดงในรูปที่ 2.4

2.3.2 การวิเคราะห์วงจร อาร์-ซี ด้วยการใช้สมการ

นอกจากการวิเคราะห์หาค่าแรงดันเอาต์พุตของวงจร อาร์-ซี อินทิเกรเตอร์ด้วยวิธีดังในตอนที่กล่าวมาแล้วนั้น ยังมีอีกวิธีหนึ่งซึ่งสามารถใช้ได้กับการวิเคราะห์วงจร อาร์-ซี คือวิธีใช้สมการดังจะได้กล่าวถึงในตอนนี้

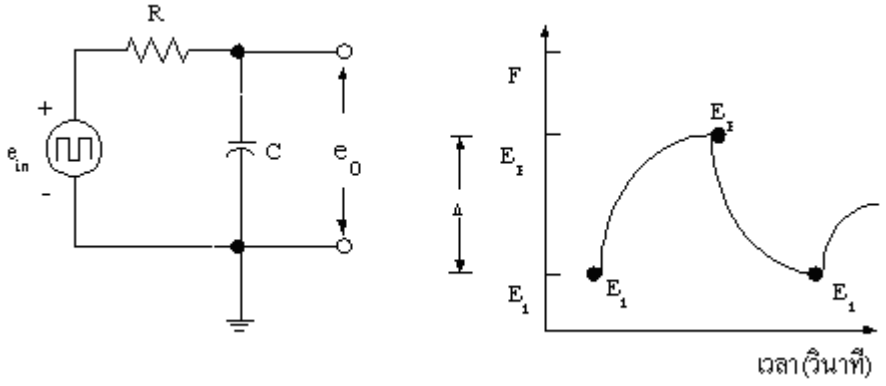
จากรูปที่ 2.5 เมื่อพิจารณาว่าตัวเก็บประจุจะต้องเริ่มคายประจุ จากค่าแรงดันที่ตัวเก็บประจุเก็บประจุเอาไว้ครั้งสุดท้าย (E_F)ลดลงไปถึงค่าสุดท้ายที่ตัวเก็บประจุมีอยู่ ภายหลังการคายประจุ (E_I) ดังนั้นสมการคายประจุจึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$e_C = E\,\varepsilon^{-t/RC}$$

$$E_I = E_F\,\varepsilon^{-t/RC}$$

แต่ $E_F = E - E_I$

ดังนั้น $$E_I = (E - E_I)\,\varepsilon^{-t/RC} \qquad \text{..... (2.5)}$$



รูปที่ 2.5 แสดงวงจร อาร์-ซี อินทิเกรเตอร์

และการสะสมของตัวเก็บประจุจะเริ่มต้นจากค่าแรงดันที่มีอยู่เดิม(E_I) จนถึงค่าแรงดันสุดท้ายที่สะสมไว้ได้ (E_F) ดังนั้นสมการสะสมประจุจึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$e_C = E - (E \pm E_I)\,\varepsilon^{-t/RC}$$

$$E_F = E - (E - E_I)\,\varepsilon^{-t/RC} \qquad \text{..... (2.6)}$$

จากรูปที่ 2.5 $\Delta E_O = E_C = E_F - E_I$

เมื่อแทนค่า $\tau = 2 \times 10^{-3}$ sec , $t = 1 \times 10^{-3}$ sec. $E = 10$ V . ในสมการ 2.5 ดังนั้น

$$E_I = 10 - E_I / \varepsilon^{+0.5} = 10 - E_I / 1.63$$

$= 6.05 - 0.650\ E_I$

ดังนั้น $E_I = 3.77$ โวลต์

และจากสมการ(2.6), $E_F = 10 - (10 - (3.77))\ \varepsilon^{+0.5}$

$= 10 - 3.77$

$= 6.225$ โวลต์

แทนค่า E_F และ E_I เพื่อหาค่า Δe_O ดังนั้น

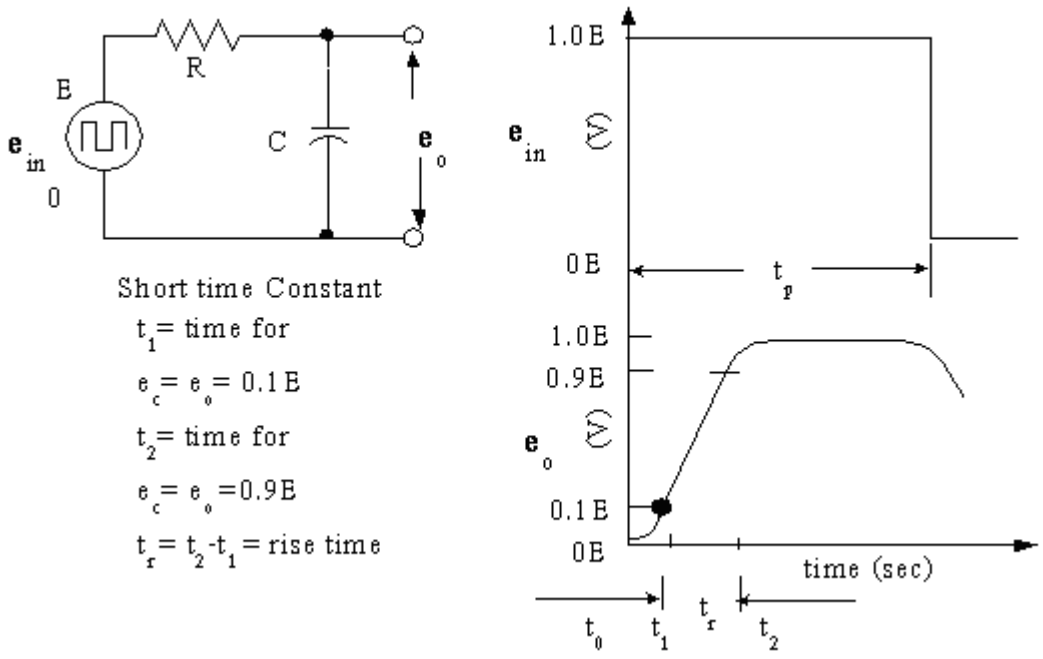
$\Delta e_O = e_C = 6.225 - 3.77$

$= 2.455$ โวลต์

ซึ่งค่านี้เป็นค่า peak-to-peak ของคลื่นแรงดันที่เอาต์พุตของวงจรในรูปที่ 2.3 และเมื่อใช้ออสซิสโลสโคปวัดที่เอาต์พุตจะปรากฏคลื่นลักษณะดังเช่นที่แสดงใน รูปที่ 2.4 บนจอภาพของเครื่อง

2.3.3 ความสัมพันธ์ของเวลาไต่ขึ้นกับเวลาคงที่

ในคลื่นจัตุรัสทางทฤษฎีจะเห็นว่าช่วงเวลาไต่ขึ้นจะมีค่าน้อยมากและพิจารณาว่าเป็นศูนย์แต่ในทางปฏิบัติจริงๆ เราไม่สามารถที่จะสร้างคลื่นจัตุรัสที่แท้จริงอย่างนี้ได้เนื่องจากช่วงเวลาไต่ขึ้นจะต้องมีค่าหนึ่ง



รูปที่ 2.6 แสดงวงจรกรองสัญญาณประเภทให้ความถี่ต่ำผ่านแบบ อาร์-ซี

ค่าของช่วงเวลาไต่ขึ้นของคลื่นจัตุรัสของแรงดันที่เอาต์พุตของวงจรดังแสดงในรูป (รูปที่ 2.6) (t_r) พิจารณาได้จากช่วงที่เอาต์พุตเริ่มมีแรงดันจาก 10 เปอร์เซ็นต์ (0.1 E) ถึง 90 เปอร์เซ็นต์ (0.9 E) ของแรงดันที่ป้อนทางอินพุต นั่นคือ

$$t_r = t_2 - t_1$$

$$e_C = E(1 - \varepsilon^{-t/RC})$$

ที่ตำแหน่ง $t_1, e_C = 0.1E$

ดังนั้น $0.1\,E = E(1 - \varepsilon^{-t1/RC})$

$$0.1 = 1 - \varepsilon^{-t1/RC}$$

$$\varepsilon^{+t/RC} = 1.11$$

$$t_1/RC \log_{10} 2.178 = \log_{10} 1.11$$

$$t_1 = RC \times 0.045 / 0.434 = 0.130\,RC \cong 0.1\,RC$$

ดังนั้น $t_1 \cong 0.1\,RC$

และตำแหน่งที่ $t_2, e_C = 0.9E$

ดังนั้น $0.9E = E(1 - \varepsilon^{-t2/RC})$

$$0.9E = E(1 - \varepsilon^{-t2/RC})$$

$$\varepsilon^{+t/RC} = 10$$

$$t_2 = RC \log_{10}(10) / \log_{10}(2.718) = RC \times 1.00 / 0.43$$

ดังนั้น $t_2 = 2.3\,RC$

จาก $t_r = t_2 - t_1 = 2.3\,RC - 0.1\,RC$

ดังนั้น $t_r = 2.2\,RC$

จากสมการที่ (2.7) เราสรุปได้ว่าเวลาไต่ขึ้นจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับเวลาคงที่ของวงจร

2.3.4 ความถี่คัตออฟของวงจรกรองสัญญาณประเภทให้ความถี่ต่ำผ่านแบบ อาร์-ซี

จากวงจร อาร์-ซี ในรูปที่ 2.6 ซึ่งพิจารณาได้ว่าเป็นวงจรกรองสัญญาณประเภทให้ความถี่ต่ำผ่านแบบอาร์ซี ถ้าหากแหล่งจ่ายแรงดันในกรณีนี้ เป็นสัญญาณแรงดันรูปไซน์ที่มีอัตราการเกิดของพัลส์ซ้ำหรือเรียกง่ายๆว่าความถี่เท่ากับ f เฮิรตซ์ และมีขนาด e_{in} โวลต์ ดังนั้นค่าแรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุ (e_O) หรือค่าแรงดันที่เอาต์พุตก็คือ

$$e_O = e_{in} (- j Xc / R - jXc)$$

โดยที่ $Xc = 1 / \omega C = 1 / 2\pi fC$; $\omega = 2\pi f$

หรือ $e_O / e_{in} = 1 / 1 + j\omega RC$

$$e_O / e_{in} = 1 / 1 + j2 \pi fRC \qquad \text{..... (2.7)}$$

จากสมการ (2.8) จะเห็นว่ายิ่งสัญญาณของแรงดันมีค่าความถี่ f สูงขึ้นแรงดันที่เอาต์พุตจะยิ่งมีค่าลดลง และที่ความถี่ซึ่งสัญญาณแรงดันที่เอาต์พุตมีค่าลดลงเหลือเป็น 0.707 เท่าของสัญญาณแรงดันอินพุต เราเรียกความถี่นี้ว่า " ความถี่คัตออฟ" (cut – off frequency : f_T) หรือเขียนลงในสมการ (2.8)ได้เป็น

$$\frac{e_o}{e_{in}} = 0.707 = \frac{1}{1 + j2\pi f_T RC}$$

หรือเขียนในหน่วยของ dB จะได้ว่า

$$e_O / e_{in} = 20\log_{10}(0.707)\text{dB} = -3 \text{ dB} = 1 / 1 + j\, 2\, \pi\, f_T\, RC$$

เนื่องจาก $0.707 = 1 / 1 + j\, 2\, \pi\, f_T\, RC$

$= 1 / 1 + jA$

โดยที่ $A = 2\pi\, f_T\, RC$

ดังนั้น $1 + jA = 1 / 0.707 = 1.414$

หรือ $\sqrt{1^2 + A^2} = 1.414$

$A^2 = (1.414)^2 - 1$

$= 0.9983 \cong 1$

นั่นคือ $A = 1$

หรือ $2\pi\, f_T RC = 1$

$$f_T = 1 / 2\pi RC \qquad \text{..... (2.8)}$$

และเนื่องจาก $t_r = 2.2\ RC$ ..... (2.9)

ดังนั้น $f_T = 1.1 / \pi t_r = 0.35 / t_r$ ……. (2.10)

โดยที่ f_T คือความถี่คัตออฟ (Hz)

และ t_r คือช่วงเวลาไต่ขึ้น (sec)

นั่นคือสมการ (2.10) เป็นสมการซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่คัตออฟและเวลาไต่ขึ้น และจากสมการที่ (2.10) เราสามารถนำไปใช้ในการพิจารณาหาค่าความถี่คัตออฟของวงจรขยายได้

ทั้งนี้โดยการป้อนสัญญาณแรงดันรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเข้าทางอินพุตแล้ววัดหาค่าเวลาไต่ขึ้น (t_r) ของสัญญาณแรงดันเอาต์พุต เมื่อนำมาแทนในสมการ (2.10) ก็จะหาค่าความถี่คัตออฟ (f_T) ได้ ซึ่งวิธีนี้ก็เป็นวิธีมาตรฐานสำหรับการหาคุณสมบัติผลตอบสนองความถี่สูงของวงจรเครื่องขยายทั่วๆไป ค่าความถี่คัตออฟ (f_T) นี้อาจเรียกว่า “ ความถี่เหนือจุด 3 dB” (upper 3 dB frequency) ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญตัวหนึ่งของเครื่องขยาย กล่าวคือเมื่อความถี่สูงกว่าค่า f_T อัตราการขยายจะลดลงจากปกติเหลือน้อยกว่า –3dB ซึ่งถือว่าเป็นย่านคัตออฟของเครื่องขยาย 0.35 มีค่าเป็นขยายนั้น

นอกจากนี้ในการออกแบบเครื่องขยายสำหรับขยายสัญญาณรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากใดๆเพื่อให้ได้สัญญาณที่เอาต์พุตมีค่าเวลาไต่ขึ้น (t_r) ใดๆ ก็สามารถออกแบบได้โดยให้ความถี่คัตออฟของเครื่องขยายนั้นมีค่าเป็น $\frac{0.35}{t_r}$ (Hz)

จบเนื้อหา บทที่ 2 วงจรอินทิเกรเตอร์